VECTORES 3D

$$\text{Componentes de un vecto} \quad \vec{V}=(V_x, V_y, V_z)$$

$$\text{Módulo de un vector} \quad |\vec{V}| = \sqrt{V_x{}^2+V_y{}^2+V_z{}^2}$$

$$\text{Vector unitario de } V \quad (\vec{u_v}) \quad |\vec{u_v}|=1 \qquad \vec{u_v} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|} = \frac{(V_x, V_y, V_Z)}{\sqrt{V_x{}^2+V_y{}^2+V_z{}^2}}$$

Producto de un escalar por un vector, da como resultado un vector.

$$k\cdot\vec{V} = k\cdot(V_x, V_y, V_z) = (k\cdot V_x, k\cdot V_y, k\cdot V_z)$$

$$\text{Propiedades} \quad \begin{cases} a\cdot(b\cdot\vec{V})=(a\cdot b)\cdot\vec{V} \\ (a+b)\cdot\vec{V}=a\cdot\vec{V}+b\cdot\vec{V} \\ a\cdot(\vec{V}+\vec{W})=a\cdot\vec{V}+a\cdot\vec{W} \end{cases}$$

Combinación lineal de varios vectores

$$k_1\cdot\vec{V_1}+k_2\cdot\vec{V_2}+k_3\cdot\vec{V_3}\ldots$$

Dependencia e independencia lineal

Varios vectores son linealmente dependientes (l.d.) si alguno puede escribirse como combinación lineal (c.l.) de los otros.
De lo contrario son linealmente independientes (l.i.)

Base en R³ (X,Y,Z)

3 *vectores linealmente independientes forman una base*

$$\text{Base ortogonal} \quad \begin{cases} 3 \text{ vectores linealmente independientes} \\ \text{perpendiculares entre si} \end{cases}$$

$$\text{Base ortonornal} \quad \begin{cases} 3 \text{ vectores linealmente independientes} \\ \text{perpendiculares entre si} \\ \text{módulo de cada vector } 1 \end{cases}$$

$$\text{Base canónica} \quad \begin{cases} \vec{i} = (1,0,0) \\ \vec{j} = (0,1,0) \\ \vec{k} = (0,0,1) \end{cases}$$

Producto escalar de dos vectores, da como resultado un escalar.

$$\begin{cases} \vec{V}\cdot\vec{W}=V_x\cdot W_x+V_y\cdot W_y+V_z\cdot W_z \\ \vec{V}\cdot\vec{W}=|\vec{V}|\cdot|\vec{W}|\cdot\cos\alpha \end{cases}$$

$$Propiedad: \quad \cos\alpha=\frac{V_x\cdot W_x+V_y\cdot W_y+V_z\cdot W_z}{|\vec{V}|\cdot|\vec{W}|}$$

$$Propiedad: \quad \vec{V}\perp\vec{W} \quad si \quad \vec{V}\cdot\vec{W}=0$$

$$Projección\,de\,un\,vector\,V\,sobre\,otro\,W$$

$$segmento \quad Proj(\vec{V}\,sobre\,\vec{W})=|\vec{V}|\cdot\cos\alpha=\frac{V_x\cdot W_x+V_y\cdot W_y+V_z\cdot W_z}{|\vec{w}|}$$

$$vector \quad Proj(\vec{V}\,sobre\,\vec{W})\cdot\vec{u_w}$$

Producto vectorial de dos vectores, da como resultado un vector perpendicular común y cuyo módulo es el área del paralelogramo.

$$\vec{V}\,x\,\vec{W} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ V_x & V_y & V_Z \\ W_x & W_y & W_Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} V_y & V_z \\ W_y & W_z \end{vmatrix}\cdot\vec{i} - \begin{vmatrix} V_x & V_z \\ W_x & W_z \end{vmatrix}\cdot\vec{j} + \begin{vmatrix} V_x & V_y \\ W_x & W_y \end{vmatrix}\cdot\vec{k}$$

$$|\vec{V}\,x\,\vec{W}| = |\vec{V}|\cdot|\vec{W}|\cdot sen\,\alpha$$

$$Propiedades\begin{cases} |\vec{V}\,x\,\vec{W}|\,es\,perpendicular\,común\,a\,\vec{V}\,y\,\vec{W} \\ |\vec{V}\,x\,\vec{W}|\,es\,el\,área\,del\,paralelogramo \\ si\,\vec{V}\,y\,\vec{W}\,son\,linealmente\,dependientes\,entonces\,\vec{V}\,x\,\vec{W}=0 \\ \vec{V}\,x\,\vec{W} = -\vec{W}\,x\,\vec{V} \\ k\cdot(\vec{V}\,x\,\vec{W})=(K\cdot\vec{V})\,x\,\vec{W}=\vec{V}\,x\,(k\cdot\vec{W}) \\ (\vec{U}\,x\,\vec{V})\,x\,\vec{W}\neq\vec{U}\,x\,(\vec{V}\,x\,\vec{W}) \\ \vec{U}\,x\,(\vec{V}+\vec{W})=\vec{U}\,x\,\vec{V}+\vec{U}\,x\,\vec{W} \end{cases}$$

Producto mixto de tres vectores, da como resultado un escalar

$$\vec{U}\cdot(\vec{V}\,x\,\vec{W})=\begin{vmatrix} U_x & U_y & U_z \\ V_x & V_y & V_z \\ W_x & W_y & W_z \end{vmatrix}$$

Área del paralelogramo formado por dos vectores

$$|\vec{V}\,x\,\vec{W}|$$

Área del triángulo A,B,C dados V=AB y W=AC

$$\frac{|\vec{V}\,x\,\vec{W}|}{2}$$

Volumen del paralelepípedo formado por tres vectores

$$\vec{U}\cdot(\vec{V}\,x\,\vec{W})$$

Volumen del tetraedro A,B,C,D dados U=AB, V=AC y W=AD

$$\frac{\vec{U}\cdot(\vec{V}\,x\,\vec{W})}{6}$$